為替の移動平均価格 の 統計的特性

東京大学大学院 新領域創成科学研究科　大西 立顕[1]，合原 一幸
はこだて未来大学 システム情報科学部　高安 美佐子
ソニー コンピュータサイエンス研究所　高安 秀樹

t ティック目の価格を $P(t)$，重みつき移動平均 $\widehat{P}(t)$ を

$$\widehat{P}(t) = \sum_{i=1}^{n} w_i \; P(t - i \cdot dt) \tag{1}$$

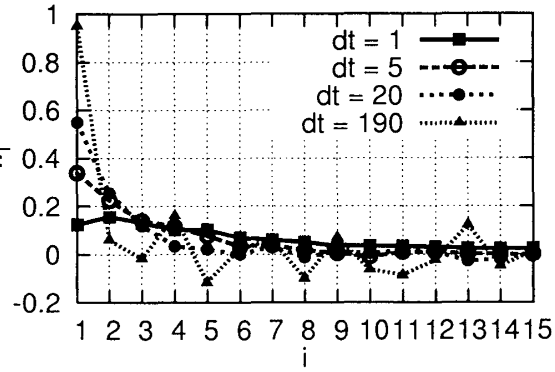
とする．dt ($\in \mathbf{N}$) は何ティック毎のデータを用いるかという時間スケールの大きさを表す．重み w_i ($\in \mathbf{R}$) は $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$ を満たし，かつ，$\sum_t \Big(P(t) - \widehat{P}(t) \Big)$ が最小になるように決めるものとする．このとき，Lagrange の未定乗数法により，β をある定数として w_i は

$$\begin{pmatrix} 1 & R_1 & R_2 & \cdots & R_{n-1} & 1 \\ R_1 & 1 & R_1 & \cdots & R_{n-2} & 1 \\ R_2 & R_1 & 1 & \cdots & R_{n-3} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ R_{n-1} & R_{n-2} & R_{n-3} & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ \vdots \\ w_n \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ \vdots \\ R_n \\ 1 \end{pmatrix} \tag{2}$$

$$R_\tau \;=\; \frac{\Big\langle \; (\; P(t) - \langle P(t) \rangle \;)\; (\; P(t+\tau) - \langle P(t) \rangle \;) \; \Big\rangle}{\Big\langle \; (\; P(t) - \langle P(t) \rangle \;)^2 \; \Big\rangle} \tag{3}$$

の解で与えられる．w_i の分布から価格変動の性質を調べることができる．価格変動が Random walk で記述されるとき，$w_1 = 1$, $w_2 = w_3 = \cdots = w_n = 0$ となることが示される．

1999 年 1 月 4 日〜3 月 12 日の円ドルレートのティックデータについて，w_i の分布を求めた結果を下図に示す ($n = 15$)．dt が小さいときは Random walk とは顕著に違う性質が見られ，dt が大きくなると Random walk の場合と同じになる．よって，数分以下程度の時間スケールでは価格変動は Random walk からずれている．また，$dt = 1$ のとき w_i は i が大きくなるにつれ指数関数的に減衰するような分布になっていて，2 分間程度の移動平均が最適になる．これは為替ディーラーはこのような重みつけで過去 2 分間程度の取引データを見て売買を行なっていることを示唆している．



[1]E-mail:ohnishi@sat.t.u-tokyo.ac.jp